

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 1138D 535

1. Докажите, что для любых комплексных чисел a и b имеет место тождество

$$|a + b|^2 + |a - b|^2 = 2|a|^2 + 2|b|^2.$$

2. Система векторов a_1, \dots, a_m линейно независима и каждый ее вектор является линейной комбинацией векторов b_1, \dots, b_n . Докажите, что $m \leq n$.
3. Докажите, что множество комплексных чисел вида $a + b\mathbf{i}$, где \mathbf{i} — мнимая единица, a и b — всевозможные целые числа, является целостным унитарным кольцом (в качестве операций рассматриваются сложение и умножение комплексных чисел), и найдите все делители единицы.
4. Матрица A называется кососимметричной, если $A^T = -A$. Как изменится определитель кососимметричной матрицы порядка 2020, если ко всем ее элементам прибавить число 2021?